



# MATEMATIKA

Brandos egzamino užduoties pavyzdys

Išplėstinis kursas

2023 m. rugpjūčio mėn.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

## NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lapę. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. **Atsakymų lapę** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lapę nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
5. Saugokite atsakymų lapę (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
6. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių. Neišsprędę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lapę neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.

Linkime sėkmės!

**I dalis**

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Išspręskite lygtį  $27^x = 3$ .

*Juodraštis*

2. Apskaičiuokite vektoriaus  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  ilgį.

*Juodraštis*

3. Raskite funkcijos  $f(x) = x + 1$  kurią nors pirmąją funkciją.

*Juodraštis*

4. Yra žinoma, kad  $m = 4\sqrt{3}$  ir  $2m = \sqrt{3b}$ . Apskaičiuokite  $b$  reikšmę.

*Juodraštis*

5. Aritmetinės progresijos pirmasis narys lygus 10, o ketvirtasis narys lygus 8. Apskaičiuokite šios aritmetinės progresijos skirtumą.

*Juodraštis*

6. Išspręskite nelygybę  $\log_{0,7}(x+1) > \log_{0,7} 2$ .

*Juodraštis*

7. Duota funkcija  $f(x) = 2^x$ . Yra žinoma, kad  $f(1000) + f(1000) = 2^a$ . Nustatykite  $a$  reikšmę.

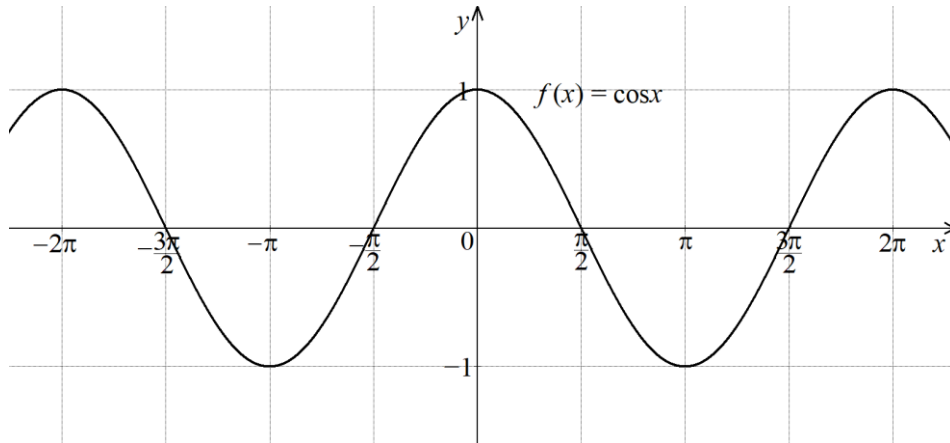
*Juodraštis*

8. Klasėje yra 24 mokiniai – 14 merginų ir 10 vaikinių. Į savanorystės mokymus reikia atrinkti dvi merginas ir du vaikus. Keliais skirtingais būdais iš šios klasės mokinių galima pasirinkti dvi merginas ir du vaikus?

*Juodraštis*

9. Pavaizduotas funkcijos  $f(x) = \cos x$  grafiko eskizas. Nustatykite  $a$  reikšmes, su kuriomis lygtis

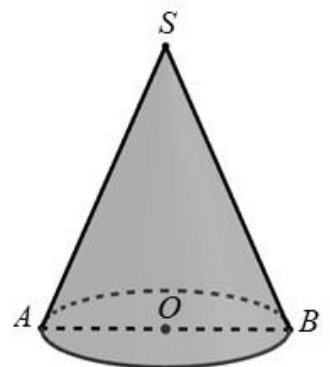
$$f(x) = a \text{ turi lygiai du sprendinius, kai } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right].$$



*Juodraštis*

10. Pavaizduotas kūgis, kurio skersmens  $AB$  ilgis lygus 10, o sudaromosios  $AS$  ilgis lygus 13. Apskaičiuokite atstumą nuo taško  $B$  iki sudaromosios  $AS$ .

*Juodraštis*



*Juodraštis*

## II dalis

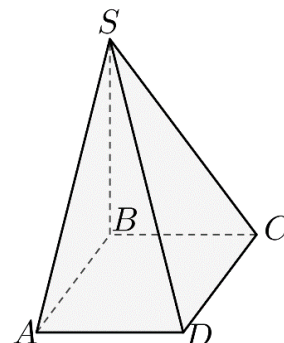
Išspręskite 11–18 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- 11.** Piramidės  $SABCD$  pagrindas yra kvadratas, kurio kraštinės ilgis lygus 6. Piramidės šoninė briauna  $SB$  yra statmena pagrindo plokštumai ir sutampa su piramidės aukštine. Piramidės aukštinės ilgis lygus 8.

- 11.1.** Apskaičiuokite piramidės tūrį.

*Juodraštis*

(1 taškas)



- 11.2.** Įrodykite, kad piramidės šoninė siena  $SAD$  yra statusis trikampis.

*Juodraštis*

(2 taškai)

- 11.3.** Apskaičiuokite šios piramidės šoninio paviršiaus plotą, jeigu yra žinoma, kad  $SAD$  ir  $SCD$  – statieji trikampiai.

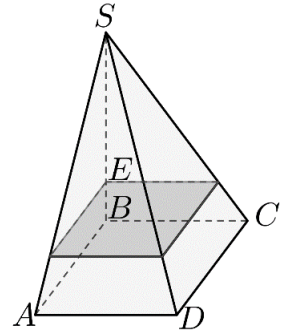
*Juodraštis*

(2 taškai)

- 11.4.** Plokštuma, kuri yra lygiagreti su piramidės  $SABCD$  pagrindu, taške  $E$  kerta piramidės aukštinę  $SB$  ir piramidę dalija į du tokio paties tūrio kūnus. Apskaičiuokite atstumą nuo piramidės viršūnės  $S$  iki šios plokštumos.

*Juodraštis*

(3 taškai)



- 12.** Duota, kad  $A = \frac{\operatorname{tg} x \cdot \cos(-x)}{\sin(2024\pi + x) + 2 \sin x}$ . Pertvarkę reiškinį, apskaičiuokite  $\arcsin A$  reikšmę. Atsakymą pateikite radianais, suapvalintą iki šimtųjų.

(4 taškai)

*Juodraštis*

**13.** Dėžėje yra 6 vienodi rutuliai, ant kurių užrašyti skaičiai: 1; 1; 2; 3; 4; 4. Atliekamas taip aprašytas bandymas: „Atsitiktinai iš dėžės ištraukiamas vienas rutulys. Jei ant ištraukto rutulio užrašytas skaičius yra nelyginis, tuomet šis skaičius užrašomas lape, o jei lyginis – šis skaičius padalijamas iš dviejų ir lape užrašomas gautas rezultatas. Lape užrašius taip gautą skaičių, rutulys grąžinamas atgal į dėžę.“

**13.1.** Apskaičiuokite tikimybę, kad lape užrašytas skaičius bus lygus 2.

(1 taškas)

*Juodraštis*

**13.2.** Tas pats bandymas atliekamas du kartus. Parodykite, kad įvykio  $A$  – „lape užrašytų dviejų skaičių suma bus lygi 4“ – tikimybė yra lygi  $\frac{5}{18}$ .

(4 taškai)

*Juodraštis*



**13.3.** Atsitiktinis dydis  $X$  – „lape užrašytų dviejų skaičių suma“. Pabaikite pildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.

$m$	2	3	4	5	6
$P(X = m)$			$\frac{5}{18}$		$\frac{1}{36}$

(3 taškai)

*Juodraštis*

**14.** Suprastinkite reiškinius:

**14.1.**  $\log_a\left(\frac{1}{a}\right) + 6\log_a(\sqrt{a})$ ; čia  $a > 0, a \neq 1$ ;

(2 taškai)

*Juodraštis*

**14.2.**  $(a^{-1} \cdot \sqrt[3]{a^6} - 2)^3 - a^3 + 6a^2$ ; čia  $a \neq 0$ .

(2 taškai)

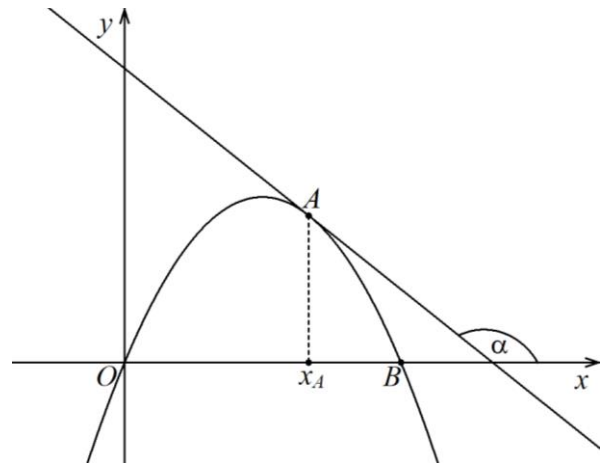
*Juodraštis*

**15.** Pavaizduotas funkcijos  $f(x) = -x^2 + 3x$  grafikas kerta  $Ox$  ašį taškuose  $O$  ir  $B$ . Per grafiko tašką  $A$  nubrėžta liestinė su  $Ox$  ašimi sudaro kampą  $\alpha$  (žr. 1 pav.).

**15.1.** Yra žinoma, kad  $\operatorname{tg}\alpha = -1$ . Parodykite, kad šios liestinės lygtis yra  $y = -x + 4$ .

(3 taškai)

*Juodraštis*



1 pav.

**15.2.** Figūrą  $AOB$  riboja funkcijos  $y = -x^2 + 3x$  grafikas ir abscisių ašis. Parodykite, kad figūros  $AOB$

plotas  $S_{AOB}$  lygus  $\frac{9}{2}$ .

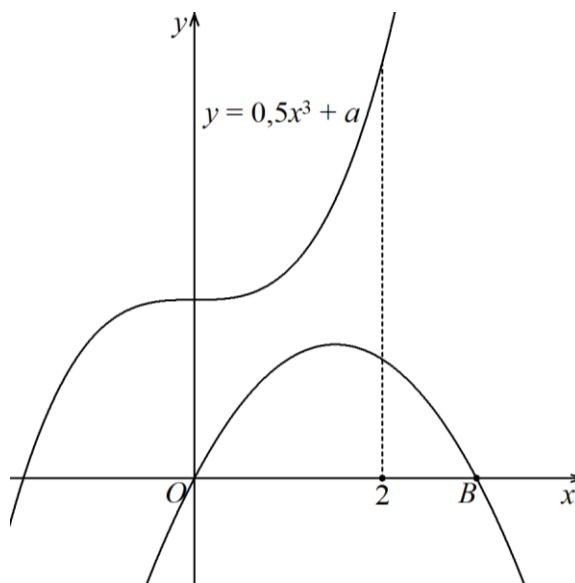
(3 taškai)

*Juodraštis*

**15.3.** Toje pačioje koordinačių plokštumoje nubrėžtas kreivės  $y = 0,5x^3 + a$  ( $a > 2$ ) grafikas. Nustatykite, su kuria  $a$  reikšme plotas figūros, apribotos parabole  $y = -x^2 + 3x$ , kreive  $y = 0,5x^3 + a$  bei tiesėmis  $x = 0$  ir  $x = 2$ , yra lygus  $\frac{28}{27} S_{AOB}$  (žr. 2 pav.).

*Juodraštis*

(4 taškai)

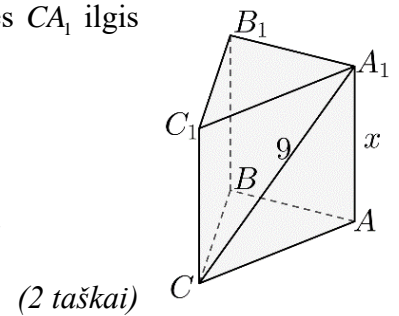


2 pav.

**16.** Taisyklingosios trikampės prizmės  $ABCA_1B_1C_1$  šoninės sienos įstrižainės  $CA_1$  ilgis yra 9.

**16.1.** Parodykite, kad šios prizmės tūris apskaičiuojamas pagal formulę

$$V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3); \text{ čia } x \text{ yra prizmės aukštinės } AA_1 \text{ ilgis, } x \in (0;9).$$



(2 taškai)

*Juodraštis*

**16.2.** Nustatykite prizmės  $ABCA_1B_1C_1$  aukštinės  $x$  reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę.

(4 taškai)

*Juodraštis*

17. Išspręskite nelygybę  $f'(x) \geq g'(x)$ , kai  $f(x) = \ln(1 - 2x)$  ir  $g(x) = \frac{1 - 12x}{1 - 2x}$ .

(6 taškai)

*Juodraštis*

**18.** Trijų pirmųjų geometrinės progresijos narių suma yra lygi jiems atvirkštinių skaičių sumai. Yra žinoma, kad šeštasis šios progresijos narys lygus 16. Raskite šios progresijos vardiklį.

(4 taškai)

*Juodraštis*

*Juodraštis*

